EXERCICE N°1 — 6 points

Le graphique donné sur l'annexe représente la courbe $\mathscr{C}_f$ d'une fonction f définie sur $]-1;1]$.

Sur cette courbe on a indiqué la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 0, la demi-tangentes au point d'abscisse 1 et l'asymptote verticale.

1) En utilisant ce graphique répondre aux questions suivantes :

a) Donner: $f(0); f(1); \lim\limits_{x\to(-1)^+} f(x); \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2-2f(x)}{x-1}$ et $\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{f(x)}{x-1}$

b) Dresser le tableau de variation de f.

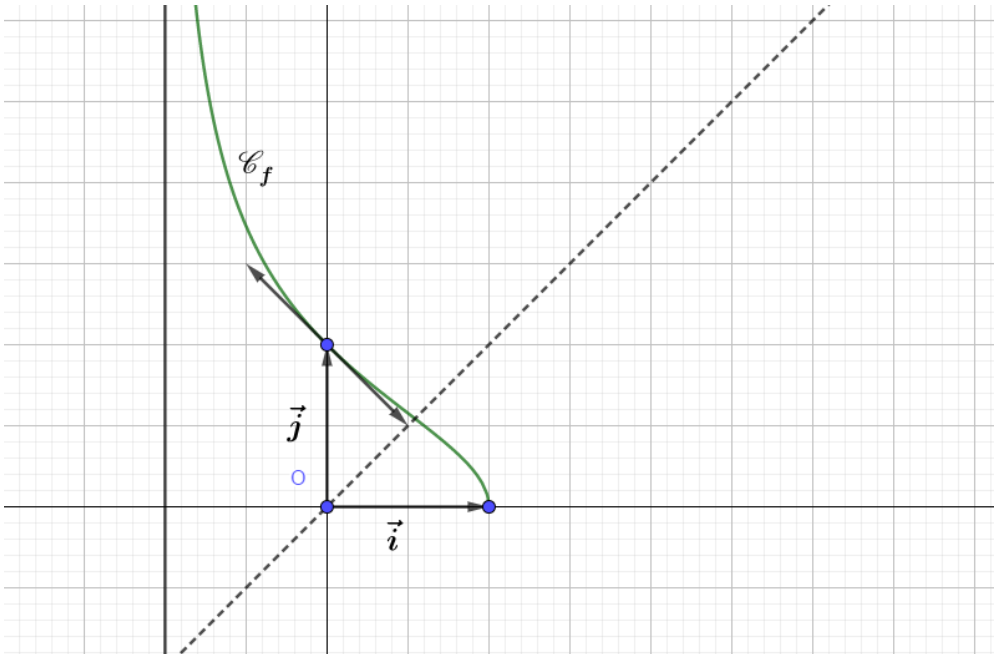
c) Montrer que l'équation $f(x)=x$ admet une solution unique α dans $]0;1[$

2) On donne pour tout $x\in]-1;1[$; $f'(x)=\dfrac{-1}{(1+x)\sqrt{1-x^2}}$.

Soit g la fonction définie sur $]0;\pi[$ par $g(x)=f(\cos x)$.Montrer que g est dérivable sur $]0;\pi[$ et calculer $g'(x)$.

3) a) Justifier que f réalise une bijection.

b) Construire (sur l'annexe) la courbe de $\mathscr{C}'$ de f^{-1}



: 23390248 - 29862267
Tous droits réservés © TakiAcademy.com

EXERCICE N°2 — 6 points

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}$. On désigne par $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) a) Montrer que f est une fonction impaire.

   b) Dresser le tableau de variation de f .

   c) Montrer que f réalise une bijection de $\mathbb{R}$ sur un intervalle J que l'on précisera.

   d) Déterminer une équation de la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0.

2) Construire sur le même repère les courbes $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$ de f et de la fonction f^{-1}.

3) Expliciter $f^{-1}(x)$ pour tout $x\in J$.

4) Soit la fonction h définie sur $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right[$ par $h(x)=f(\tan(x))$ si $x\neq\dfrac{\pi}{2}$ et $h\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=1$.

5) a) Montrer que h est continue à gauche en $\dfrac{\pi}{2}$.

   b) Montrer que pour tout $x\in\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right[$ on a: $h(x)=\sin(x)$

   c) Montrer que h réalise une bijection de $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right[$ sur $[0;1]$

   d) Déterminer l'ensemble de dérivabilité K de h^{-1} puis calculer $(h^{-1})'(x)$ pour tout $x\in K$.

EXERCICE N°3 — 6 points

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}-1$. On désigne par $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) a) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ puis interpréter graphiquement les résultats obtenus.

   b) Dresser la tableau de variation de f .

   c) En déduire que f réalise une bijection de $\mathbb{R}$ sur un intervalle J que l'on précisera.

2) a) Ecrire une équation de la tangente T à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 0.

   b) Etudier la position de T et $\mathscr{C}_f$.

   c) En déduire que le point $I(0;-1)$ est un point d'inflexion de $\mathscr{C}_f$.

3) Montrer que l'équation $f(x)=x$ admet une solution unique α α et que $\alpha\in]-2;-1[$

4) Construire dans le même repère les courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}$ ' celle de f^{-1} .

5) Expliciter $f^{-1}(x)$ $f^{-1}(x)$ pour $x\in J$.

: 23390248 - 29862815
Tous droits réservés © TakiAcademy.com